Méthodologies de conception de formes d'onde pour radars sol

Application au cas du radar MIMO

Tan Uy Hour

Encadrement : Adnet Claude (Thales Land & Air Systems)
Rabaste Olivier (ONERA)

Direction : Ovarlez Jean-Philippe (SONDRA, ONERA)

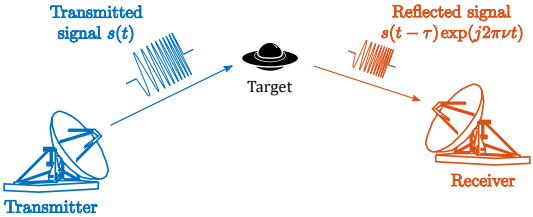
Soutenance de thèse – 13 juin 2019

Introduction

Principe d'un radar

RADAR : *RAdio Detection And Ranging*

- Détection d'une cible
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...

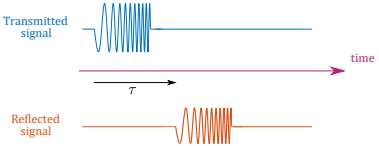


Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)

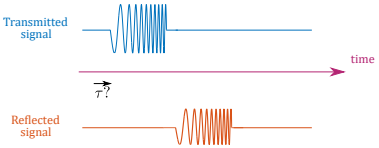


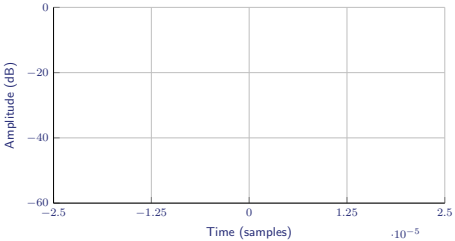
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



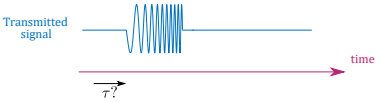


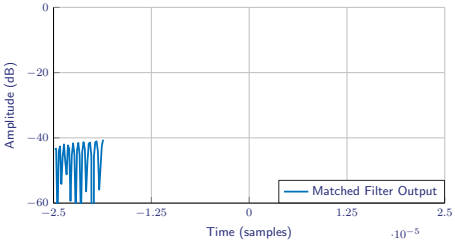
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



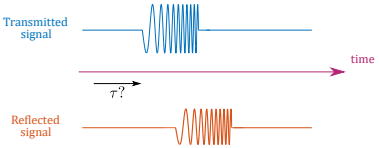


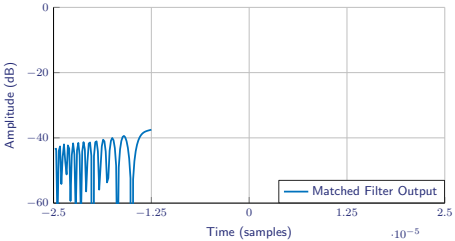
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



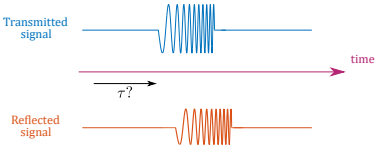


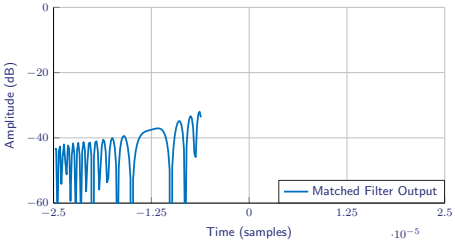
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



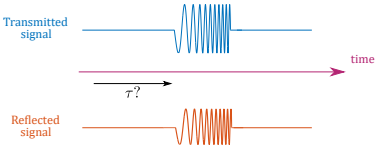


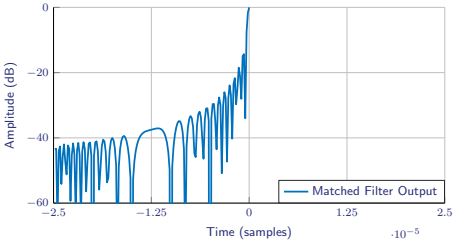
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



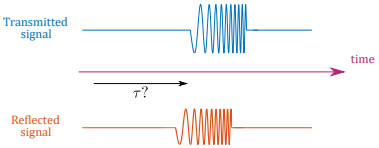


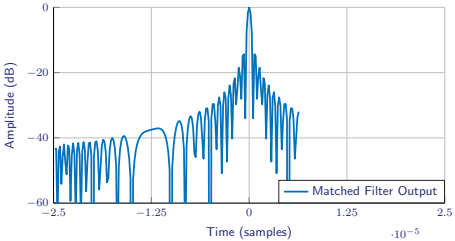
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



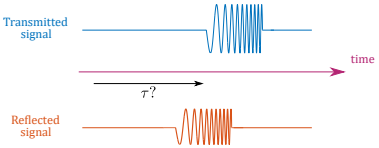


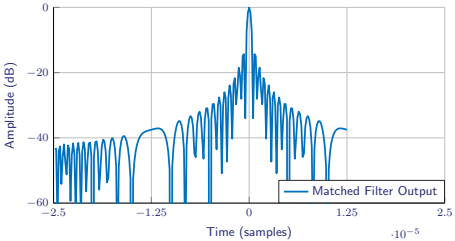
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



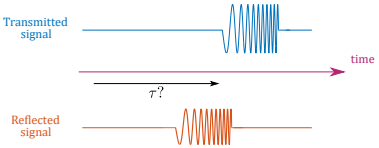


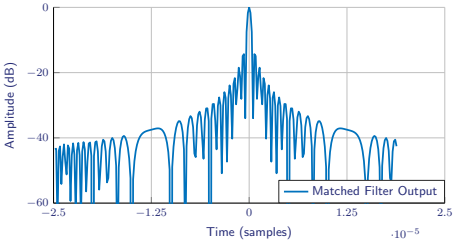
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)



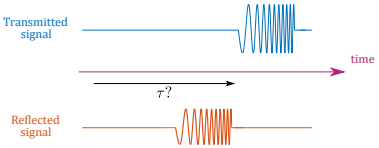


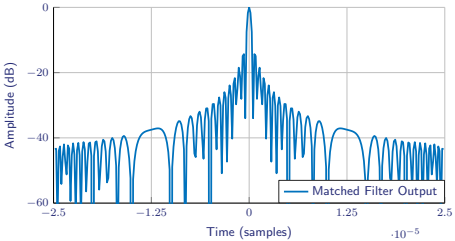
Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)





Introduction

Principe d'un radar : le filtrage adapté

Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...
- Maximisation du SNR (Rapport signal sur bruit)

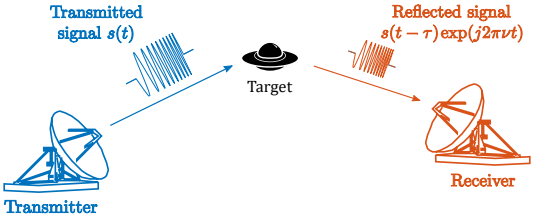
$$\tau \mapsto \mathrm{ACF}(s)(\tau) := \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)s^*(t-\tau)\mathrm{d}t$$

Introduction

Principe d'un radar

RADAR : *RAdio Detection And Ranging*

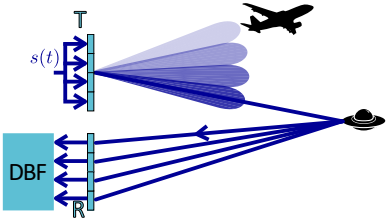
- Détection d'une cible
- Estimation de la distance à l'aide du retard τ, de la vitesse (fréquence Doppler ν)...



Introduction

Principe d'un radar

Le réseau phasé "classique"

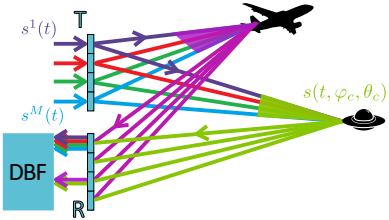


- Une forme d'onde identique pour chaque antenne
- Un faisceau *généralement* focalisé [Fuhrmann et al., 2009]

Introduction

Principe de l'émission colorée

Le radar MIMO cohérent

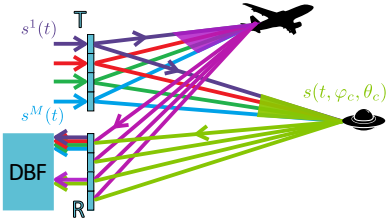


- Une forme d'onde spécifique s^m pour chaque antenne

Introduction

Principe de l'émission colorée

Le radar MIMO cohérent



- Signal émis dans la direction azimut-élévation (φ_c, θ_c) :

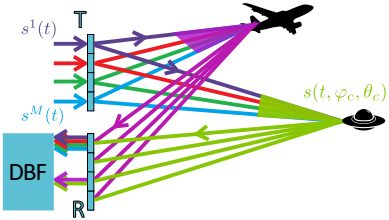
$$s(t, \varphi_c, \theta_c) = \sum_{m=1}^{N_T} \mathrm{e}^{j \boldsymbol{x}_{T,m}^T \boldsymbol{k}(\varphi_c, \theta_c)} s^m(t)$$

- $\boldsymbol{x}_{T,m}$: position de la m-ème antenne d'émission

Introduction

Principe de l'émission colorée

Le radar MIMO cohérent



- Signal reçu par la n-ème antenne :

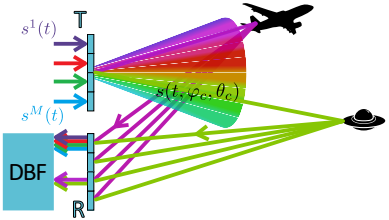
$$s_r^n(t, \tau_c, \varphi_c, \theta_c) := \mathrm{e}^{j\boldsymbol{x}_{R,n}^T \boldsymbol{k}(\varphi_c, \theta_c)} s(t - \tau_c, \varphi_c, \theta_c)$$

- $\boldsymbol{x}_{R,n}$: position de la n-ème antenne de réception

Introduction

Principe de l'émission colorée

Le radar MIMO cohérent



- Un signal *potentiellement* différent dans chaque direction d'émission
- Une émission large possible, une meilleure résolution angulaire [Li and Stoica, 2007]
- Choix des formes d'onde élémentaires ?

Introduction

Fonction d'ambiguïté MIMO

Filtrage adapté

$$\chi(\tau,\varphi,\theta,\varphi_c,\theta_c) = \left(\sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\varphi_c,\theta_c)-\boldsymbol{k}(\varphi,\theta))\right)}\right) \times \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(t,\varphi_c,\theta_c)\, s^*(t-\tau,\varphi,\theta)\mathrm{d}t\right)$$

- Signal reçu
- Filtre adapté dans la direction (φ,θ)
- τ : retard
- (φ_c,θ_c) : position de la cible

Introduction

Fonction d'ambiguïté MIMO

Fonction d'ambiguïté MIMO [San Antonio et al., 2007]

$$\chi(\tau,\varphi,\theta,\varphi_c,\theta_c) = \left(\sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\varphi_c,\theta_c)-\boldsymbol{k}(\varphi,\theta))\right)}\right) \times$$

$$\left(\sum_{m,m'=1}^{N_T} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{T,m}^T\boldsymbol{k}(\varphi_c,\theta_c)-\boldsymbol{x}_{T,m'}^T\boldsymbol{k}(\varphi,\theta)\right)} \int_{-\infty}^{+\infty} s^m(t)\left(s^{m'}(t-\tau)\right)^* \mathrm{d}t\right)$$

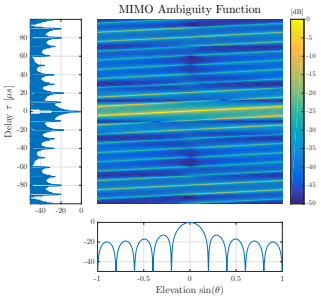
- Traitement à la réception
- Traitement à l'émission
- Compression d'impulsion

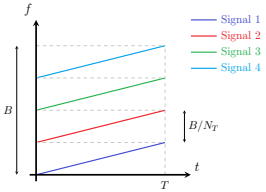
- τ : retard
- (φ_c,θ_c) : position de la cible
- $\boldsymbol{x}_{T,m},\boldsymbol{x}_{R,n}$: position des antennes

Introduction

Quelques formes d'onde

Codes fréquentiels (sans traitement réception)



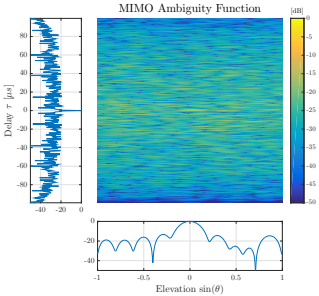


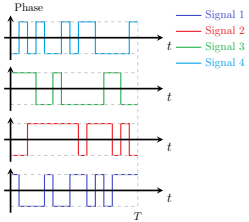
- Une bande de fréquence pour chaque émetteur
- Un fort couplage distance/élévation [Rabaste et al., 2013]

Introduction

Quelques formes d'onde

Codes de phase (sans traitement réception)



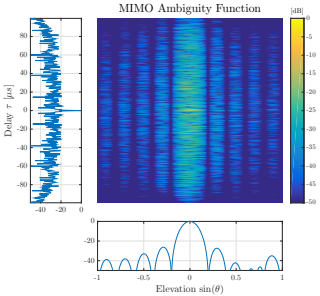


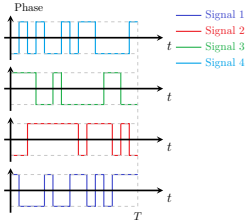
- Un code de phase pour chaque émetteur
- De forts lobes secondaires : comment les réduire ?

Introduction

Quelques formes d'onde

Codes de phase (avec traitement réception)





- Un code de phase pour chaque émetteur
- De forts lobes secondaires : comment les réduire ?

Plan de la présentation

Méthodologies de conception de formes d'onde pour radars MIMO

1 Introduction

2 Orthogonalité et optimisation

3 Filtrage désadapté

4 Application : le radar MIMO cohérent

5 Conclusion

Plan de la présentation

Méthodologies de conception de formes d'onde pour radars MIMO

1 Introduction

2 Orthogonalité et optimisation
- Une modélisation élémentaire
- Un problème d'optimisation
- Extensions

3 Filtrage désadapté

4 Application : le radar MIMO cohérent

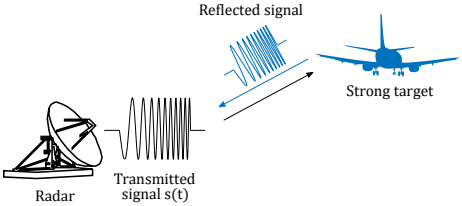
5 Conclusion

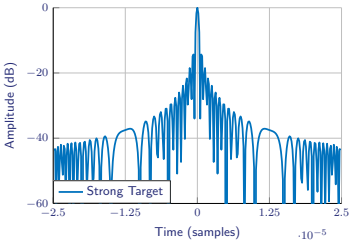
Orthogonalité et optimisation

Le problème des lobes secondaires

Compression d'impulsion

- Une comparaison (*i.e.* une corrélation) entre le signal reçu et des répliques du signal émis



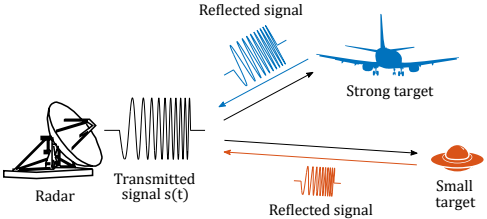


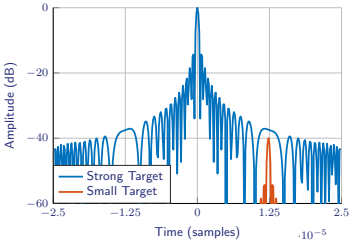
Orthogonalité et optimisation

Le problème des lobes secondaires

Compression d'impulsion

- Plusieurs cibles ? La seconde n'est pas toujours détectée...
- Lobes secondaires déterminés (entre autres) par la forme d'onde
- Réduction de ces lobes secondaires ?



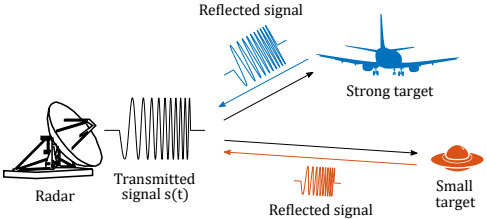


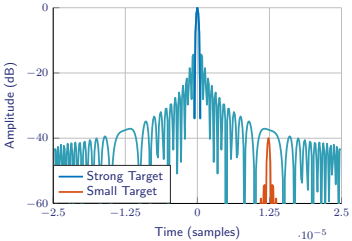
Orthogonalité et optimisation

Le problème des lobes secondaires

Compression d'impulsion

- Plusieurs cibles ? La seconde n'est pas toujours détectée...
- Lobes secondaires déterminés (entre autres) par la forme d'onde
- Réduction de ces lobes secondaires ?



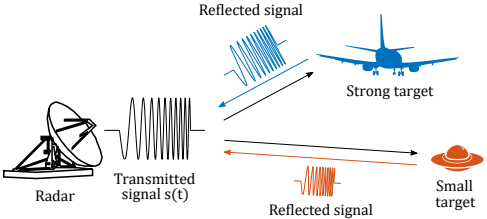


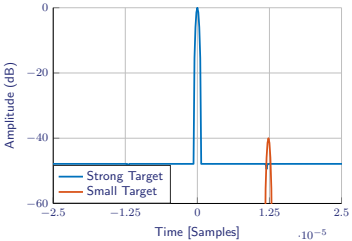
Orthogonalité et optimisation

Le problème des lobes secondaires

Compression d'impulsion

- Plusieurs cibles ? La seconde n'est pas toujours détectée...
- Lobes secondaires déterminés (entre autres) par la forme d'onde
- Réduction de ces lobes secondaires ?





Orthogonalité et optimisation

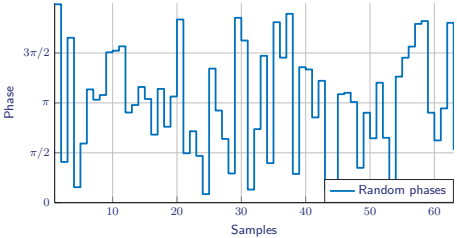
Une modélisation élémentaire : hypothèses

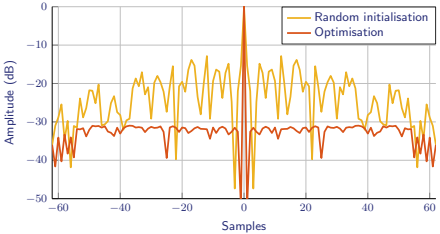
Séquence polyphase s

- $\boldsymbol{s} := [s_1, \ldots, s_N]^T$, avec $s_n = \exp(j\varphi_n)$
- Contrainte de module constant (saturation)

Séquence de corrélation $\mathrm{AACF}(s)$

$$(\mathrm{AACF}(\boldsymbol{s}))_{k\in[\![1,2N-1]\!]} = \sum_{n=1}^{N} s_n s_{n+k-N}^*$$





Orthogonalité et optimisation

Une modélisation élémentaire : hypothèses

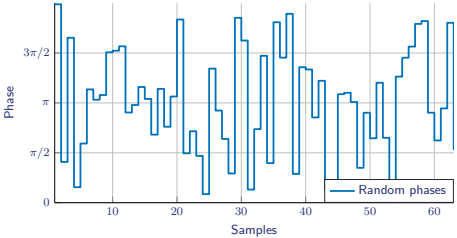
Séquence polyphase s

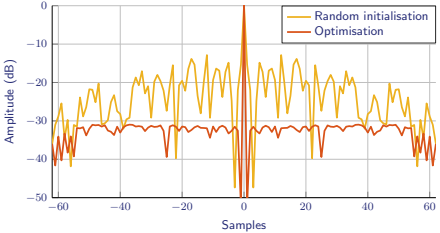
- $\boldsymbol{s} := [s_1, \ldots, s_N]^T$, avec $s_n = \exp(j\varphi_n)$
- Contrainte de module constant (saturation)

Séquence de corrélation $\mathrm{AACF}(s)$

$$\mathrm{AACF}(\boldsymbol{s}) = \boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s})\boldsymbol{s}^*$$

- $\boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s})$: matrice de corrélation
- Réduction des lobes secondaires ?





Orthogonalité et optimisation

Une modélisation élémentaire

Mesure des lobes secondaires

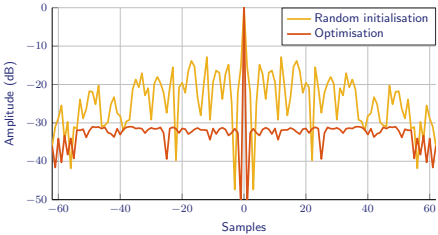
$$f_p(\boldsymbol{s}) := \|\boldsymbol{F}\,\mathrm{AACF}(\boldsymbol{s})\|_p^2$$

- $\boldsymbol{F}$: affranchissement du lobe principal
- $p = 2$: *Integrated Sidelobe Level*
  $p = \infty$: *Peak-to-Sidelobe Level Ratio*

Un problème d'optimisation

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- $\boldsymbol{T}^N$: contrainte de module constant
- Recherche de la séquence présentant les lobes secondaires les plus bas



Orthogonalité et optimisation

Un problème d'optimisation

Un problème d'optimisation

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Non convexe (fonction coût, contrainte de module constant)
- De nombreuses variables (non séparables)

Comparatif de quelques méthodes d'optimisation

- Méthodes stochastiques : recherche aléatoire, CMA-ES [Hansen, 2016]
- Méthodes déterministes : basées sur la descente de gradient
- Optimisation discrète et quantification

Orthogonalité et optimisation

Un exemple jouet : la fonction *three-hump camel back*

Un exemple jouet

- La fonction *three-hump camel back*

$$[-2,2]^2 \to \mathbb{R}$$
$$(a,b) \mapsto 2a^2 - 1.05a^4 + \frac{1}{6}a^6 + ab + b^2$$

Orthogonalité et optimisation

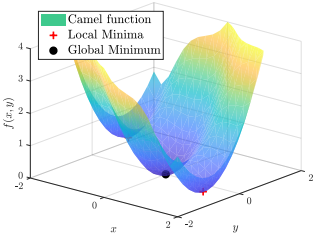
Un exemple jouet : la fonction *three-hump camel back*

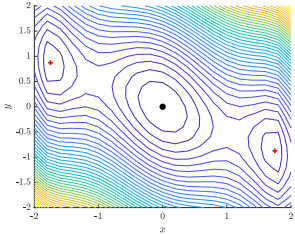
Un exemple jouet

- La fonction *three-hump camel back*

$$[-2,2]^2 \to \mathbb{R}$$
$$(a,b) \mapsto 2a^2 - 1.05a^4 + \frac{1}{6}a^6 + ab + b^2$$

  - Un minimum global en $(0,0)$
  - Deux minima locaux





Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode stochastique : la recherche aléatoire

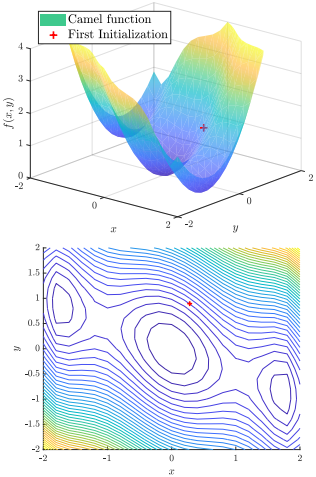
Un problème d'optimisation

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Sur les éléments de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode stochastique : la recherche aléatoire

[Glover and Kochenberger, 2003]



Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode stochastique : la recherche aléatoire

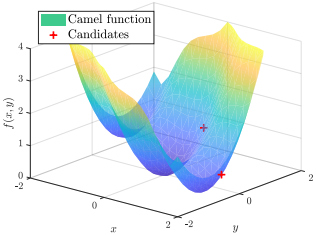
Un problème d'optimisation

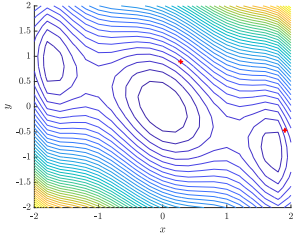
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Sur les éléments de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode stochastique : la recherche aléatoire

[Glover and Kochenberger, 2003]





Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode stochastique : la recherche aléatoire

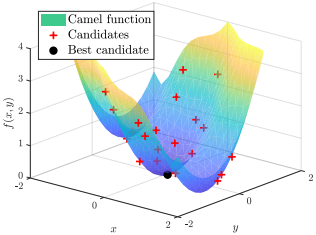
Un problème d'optimisation

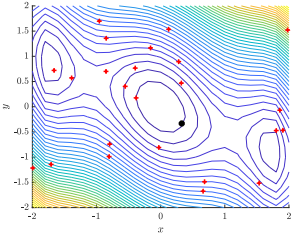
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Sur les éléments de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode stochastique : la recherche aléatoire

[Glover and Kochenberger, 2003]





Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode stochastique : la recherche aléatoire

Un problème d'optimisation

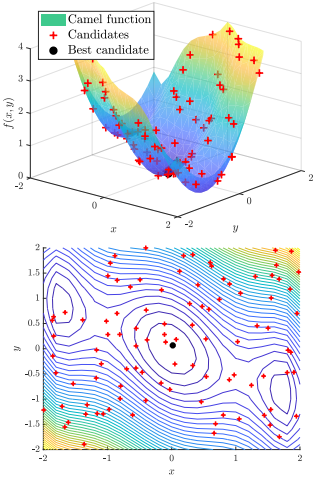
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Sur les éléments de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode stochastique : la recherche aléatoire

[Glover and Kochenberger, 2003]

- Aucune hypothèse nécessaire sur la fonction coût
- Une convergence globale *en théorie*...
- Lent en pratique



Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode stochastique : CMA-ES

Un problème d'optimisation

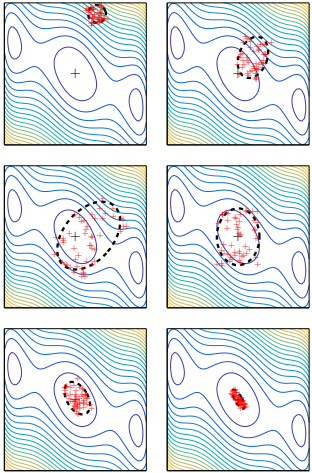
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Sur les éléments de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode stochastique : CMA-ES

[Hansen, 2016]

- CMA-ES : *Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy*
- Une méthode évolutionnaire $(\mu/\mu_{\boldsymbol{w}}, \lambda)$
- Génération des enfants selon une loi gaussienne



Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode déterministe : la descente de gradient

Un problème d'optimisation

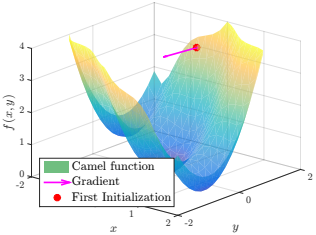
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{\varphi}} & f_p(\boldsymbol{\varphi}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{\varphi} \in [0, 2\pi]^N \end{cases}$$

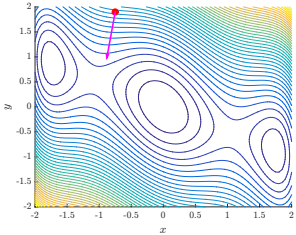
- Sur les phases $\boldsymbol{\varphi}$ de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode déterministe : la descente de gradient

[Baden et al., 2015]

- Nécessite des hypothèses de régularité





Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode déterministe : la descente de gradient

Un problème d'optimisation

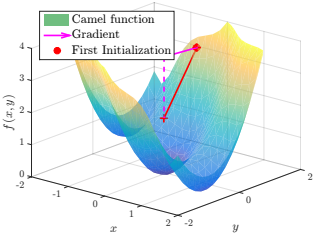
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{\varphi}} & f_p(\boldsymbol{\varphi}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{\varphi} \in [0, 2\pi]^N \end{cases}$$

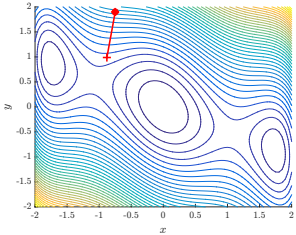
- Sur les phases $\boldsymbol{\varphi}$ de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode déterministe : la descente de gradient

[Baden et al., 2015]

- Nécessite des hypothèses de régularité





Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode déterministe : la descente de gradient

Un problème d'optimisation

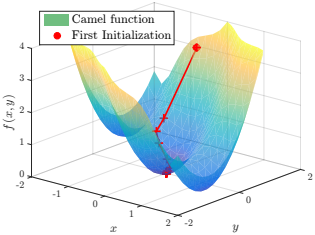
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{\varphi}} & f_p(\boldsymbol{\varphi}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{\varphi} \in [0, 2\pi]^N \end{cases}$$

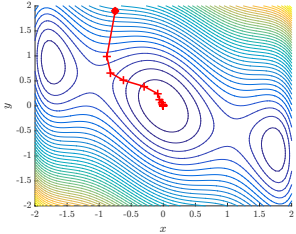
- Sur les phases $\boldsymbol{\varphi}$ de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode déterministe : la descente de gradient

[Baden et al., 2015]

- Nécessite des hypothèses de régularité
- Efficace en pratique





Orthogonalité et optimisation

Illustration d'une méthode déterministe : la descente de gradient

Un problème d'optimisation

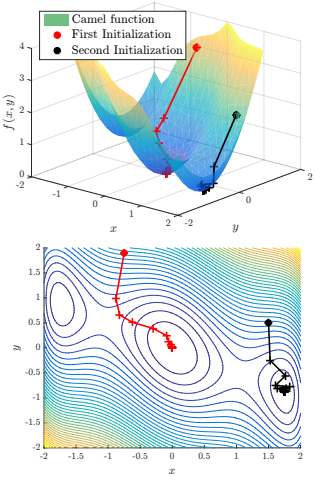
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{\varphi}} & f_p(\boldsymbol{\varphi}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{\varphi} \in [0, 2\pi]^N \end{cases}$$

- Sur les phases $\boldsymbol{\varphi}$ de la séquence $\boldsymbol{s}$

Une méthode déterministe : la descente de gradient

[Baden et al., 2015]

- Nécessite des hypothèses de régularité
- Efficace en pratique
- Converge localement



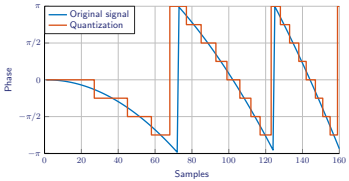
Orthogonalité et optimisation

Un problème d'optimisation discret ?

Un problème d'optimisation discret ?

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{\varphi}} & f_p(\boldsymbol{\varphi}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{\varphi} \in R_k^N \end{cases}$$

- Sur les phases $\boldsymbol{\varphi}$ de la séquence $\boldsymbol{s}$
- R_k : ensemble des racines k-ièmes de l'unité



Une méthode discrète : le *branch-and-bound*

[Korte and Vygen, 2006]

- Quantification des phases
- Induit de la distorsion

Orthogonalité et optimisation

Un problème d'optimisation discret ?

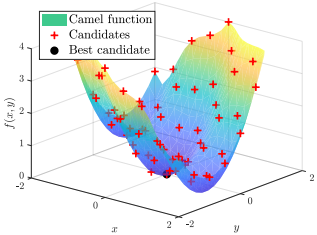
Un problème d'optimisation discret ?

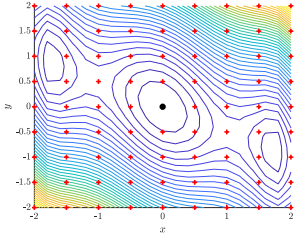
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{\varphi}} & f_p(\boldsymbol{\varphi}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{\varphi} \in R_k^N \end{cases}$$

- Sur les phases $\boldsymbol{\varphi}$ de la séquence $\boldsymbol{s}$
- R_k : ensemble des racines k-ièmes de l'unité

Une méthode discrète : le *branch-and-bound* [Korte and Vygen, 2006]

- Quantification des phases
- Induit de la distorsion





Orthogonalité et optimisation

Un problème d'optimisation discret ?

Un problème d'optimisation discret ?

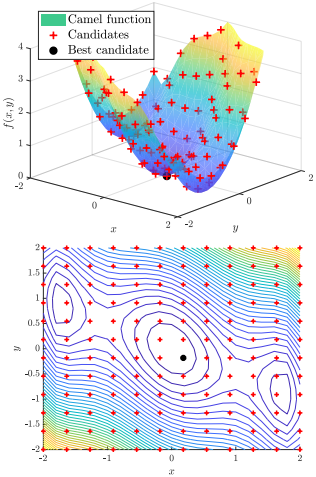
$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{\varphi}} & f_p(\boldsymbol{\varphi}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{\varphi} \in R_k^N \end{cases}$$

- Sur les phases $\boldsymbol{\varphi}$ de la séquence $\boldsymbol{s}$
- R_k : ensemble des racines k-ièmes de l'unité

Une méthode discrète : le *branch-and-bound*

[Korte and Vygen, 2006]

- Quantification des phases
- Induit de la distorsion
- Inapproprié *a priori* (fléau de la dimension)



Orthogonalité et optimisation

Un problème d'optimisation

Un problème d'optimisation

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}), \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Non convexe (contrainte de module constant)
- De nombreuses variables (non séparables)

Comparatif de quelques méthodes d'optimisation

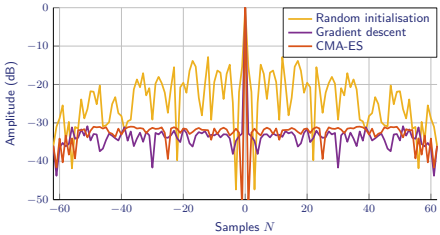
- Méthodes stochastiques : ~~recherche aléatoire,~~ CMA-ES
- Méthodes déterministes : ~~basées sur~~ la descente de gradient
- ~~Optimisation discrète et quantification~~

Orthogonalité et optimisation

Résultat monoséquence

Résultat monoséquence

- Séquence de longueur $N = 63$
- CMA-ES et la descente de gradient se valent... [Tan et al., 2016c]



[Tan et al., 2016c] Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., Arlery, F., and Ovarlez, J.-P. (2016c). Optimization Methods for Solving the Low Autocorrelation Sidelobes Problem. In *2016 17th International Radar Symposium (IRS)*, pages 1–5

Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence

Extension multiséquence [Tan et al., 2016b]

- Optimisation d'un ensemble de séquences $S = \{\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^M\}$
- Accumulation des lobes secondaires (auto- et inter-corrélations)

$$\begin{cases} \min_S \left(\sum_{m=1}^{M} \left(f_p(\boldsymbol{s}^m, \boldsymbol{s}^m) \right)^p + \sum_{\substack{m_1, m_2 = 1 \\ m_1 \neq m_2}}^{M} \left(f_p(\boldsymbol{s}^{m_1}, \boldsymbol{s}^{m_2}) \right)^p \right)^{1/p}, \\ \text{t.q.} \quad \boldsymbol{s}^m \in \boldsymbol{T}^N \text{ pour tout } m \in [\![1, M]\!] \end{cases}$$

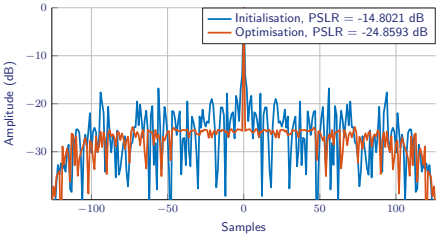
[Tan et al., 2016b] Tan, U., Adnet, C., Rabaste, O., Arlery, F., Ovarlez, J.-P., and Guyvarch, J.-P. (2016b). Phase Code Optimization for Coherent MIMO Radar Via a Gradient Descent. In *2016 IEEE Radar Conference (RadarConf)*, pages 1–6

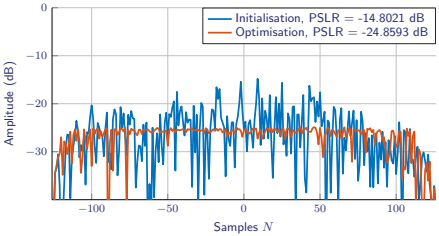
Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : résultats

Résultat avec deux séquences

- Séquences de longueur $N = 127$
- Accumulation des lobes secondaires (auto- et inter-corrélations)
- À gauche : autocorrélation. À droite : inter-corrélation.



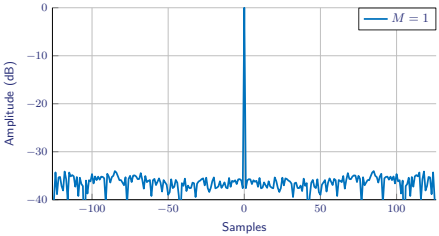


Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : résultats

Résultat multiséquence

- Séquences de longueur $N = 127$
- Accumulation des lobes secondaires (auto- et inter-corrélations)
- Autocorrélation de la première séquence de l'ensemble

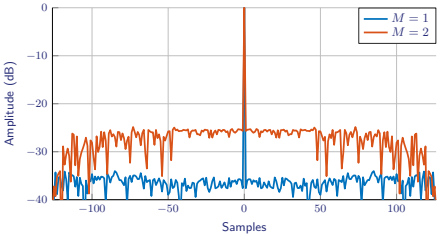


Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : résultats

Résultat multiséquence

- Séquences de longueur $N = 127$
- Accumulation des lobes secondaires (auto- et inter-corrélations)
- Autocorrélation de la première séquence de l'ensemble

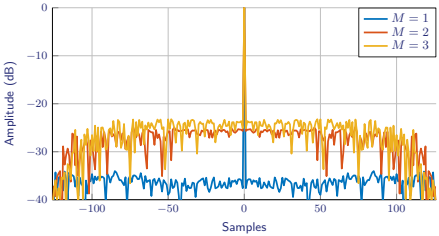


Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : résultats

Résultat multiséquence

- Séquences de longueur $N = 127$
- Accumulation des lobes secondaires (auto- et inter-corrélations)
- Autocorrélation de la première séquence de l'ensemble

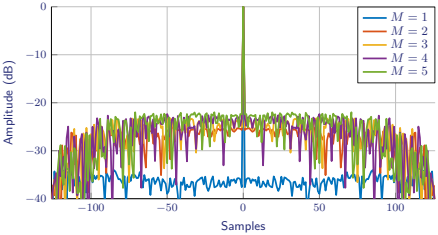


Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : résultats

Résultat multiséquence

- Séquences de longueur $N = 127$
- Accumulation des lobes secondaires (auto- et inter-corrélations)
- Autocorrélation de la première séquence de l'ensemble



Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : bornes

La borne de Welch [Welch, 1974]

- Un majorant sur le lobe secondaire le plus élevé de l'ensemble θ_{max}
- Applicable pour les séquences unimodulaires

$$\theta_{\text{max}}^2 \geq \frac{M-1}{M(2N-1)-1}$$

- M : nombre de séquences de l'ensemble
- N : longueur de chaque séquence

Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : bornes

Amélioration de la borne de Levenshtein [Levenshtein, 1998]

- Un majorant sur le lobe secondaire le plus élevé de l'ensemble θ_{max}
- Démonstration *et* amélioration pour les séquences unimodulaires [Arlery et al., 2019]

$$\theta_{\max}^2 \geq \frac{1}{N^2}\left(N - \frac{Q_{2N-1}\left(\boldsymbol{w}, \frac{N(N-1)}{M}\right)}{1 - \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{2N-1} w_k^2}\right)$$

- $\boldsymbol{w}$: un vecteur de pondération
- Q_{2N-1} : une forme quadratique

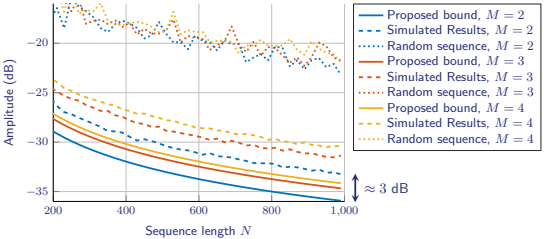
[Arlery et al., 2019] Arlery, F., Tan, U., and Rabaste, O. (2019). Generalization and Improvement of the Levenshtein Lower Bound for Aperiodic Correlation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 65(2):1258–1266

Orthogonalité et optimisation

Extension multiséquence : bornes

Amélioration de la borne de Levenshtein [Levenshtein, 1998]

- Un majorant sur le lobe secondaire le plus élevé de l'ensemble $\theta_{\max}$
- Démonstration *et* amélioration pour les séquences unimodulaires [Arlery et al., 2019]



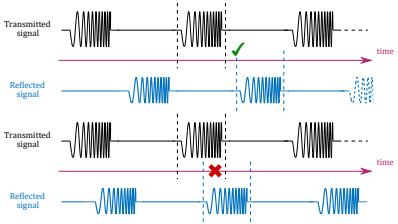
[Arlery et al., 2019] Arlery, F., Tan, U., and Rabaste, O. (2019). Generalization and Improvement of the Levenshtein Lower Bound for Aperiodic Correlation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 65(2):1258–1266

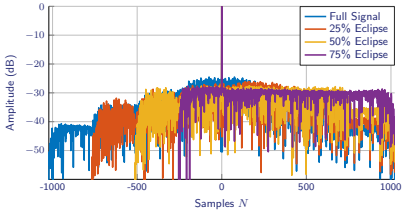
Orthogonalité et optimisation

Extensions possibles

Extensions possibles

- Ajout de contraintes (spectre, Doppler, PAPR — *Peak-to-Average Power Ratio* —...)
- Prise en compte de l'interpolation des signaux
- Phénomènes d'éclipses (À gauche : avant. À droite : après.) [Tan et al., 2019c]





[Tan et al., 2019c] Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2019c). On the Eclipsing Phenomenon with Phase Codes. In *2019 International Radar Conference (Radar 2019)*. (accepted)

Plan de la présentation

Méthodologies de conception de formes d'onde pour radars MIMO

1 Introduction

2 Orthogonalité et optimisation

3 Filtrage désadapté
- Préliminaires
- Une optimisation jointe séquence–filtre

4 Application : le radar MIMO cohérent

5 Conclusion

Filtrage désadapté

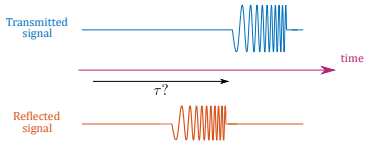
Préliminaires sur le filtrage désadapté

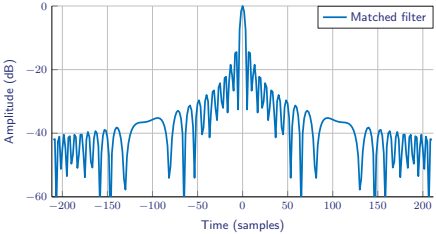
Filtrage adapté [North, 1963]

- Une comparaison entre le signal reçu et le signal émis (filtre adapté)
- Sortie après filtrage adapté :

$$\mathrm{AACF}(\boldsymbol{s}) = \boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s})\boldsymbol{s}^*$$

  - $\boldsymbol{s} = [s_1, \ldots, s_N]^T \in \boldsymbol{T}^N$: séquence de longueur N
  - $\boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s})$: matrice de convolution
- Maximise le SNR *(Signal-to-Noise Ratio)*





Filtrage désadapté

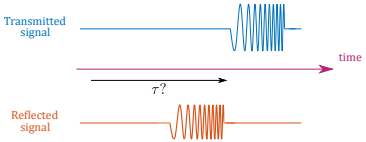
Préliminaires sur le filtrage désadapté

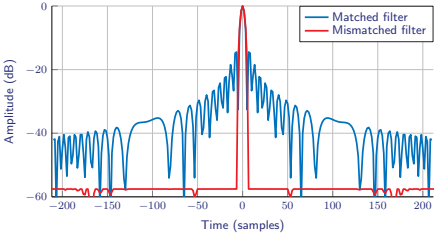
Filtrage désadapté [McAulay et al., 1971]

- Une comparaison entre le signal reçu et un autre signal (filtre désadapté)
- Sortie après filtrage désadapté :

$$\mathrm{AXCF}(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Lambda}_K(\boldsymbol{s})\boldsymbol{q}^*$$

  - $\boldsymbol{q} = [q_1, \ldots, q_K]^T \in \mathbb{C}^K$: filtre désadapté de longueur K
  - $\boldsymbol{\Lambda}_K(\boldsymbol{s})$: matrice de convolution
- Induit une perte en gain de traitement (LPG) — par rapport au filtrage adapté





Filtrage désadapté

Préliminaires sur le filtrage désadapté : filtre optimal

Filtrage désadapté optimal

- Un problème d'optimisation

$$(P_p)\begin{cases} \min_{\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}) = \left\|\boldsymbol{F}\,\mathrm{AXCF}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q})\right\|_p^2 \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s}, \end{cases} \qquad \text{(solution triviale)}$$

  - Convexe : un minimum local est global
  - Ne contrôle pas la perte
- Il existe un filtre désadapté optimal $\boldsymbol{q}_p$
- Expression analytique connue pour $\boldsymbol{q}_{\mathrm{ISL}}(\boldsymbol{s})$

Filtrage désadapté

Préliminaires sur le filtrage désadapté : filtre optimal

Filtrage désadapté optimal

- Un autre problème d'optimisation [Rabaste and Savy, 2015]

$$(P_p)\begin{cases} \min_{\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}) = \left\|\boldsymbol{F}\,\mathrm{AXCF}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q})\right\|_p^2 \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s}, & \text{(solution triviale)} \\ & 10^{\alpha/10}\boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{q}^H\boldsymbol{q} & \text{(perte)} \end{cases}$$

  - Convexe : un minimum local est global
  - Contrôle la perte α avec une contrainte convexe
- Il existe un filtre désadapté optimal $\boldsymbol{q}_p$
- Expression analytique inconnue

Filtrage désadapté

Une optimisation jointe ?

Une optimisation jointe ?

- Filtre désadapté optimal pour une séquence $\boldsymbol{s}$ *donnée*

$$(P_p)_{mis} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{s}, \\ & 10^{\alpha/10} \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{q}^H \boldsymbol{q} \end{cases}$$

- Une optimisation jointe : recherche de la séquence *et* du filtre ? [Xu et al., 2015]

$$(P_p)_{joint} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{s}, \\ & 10^{\alpha/10} \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{q}^H \boldsymbol{q}, \\ & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

Filtrage désadapté

Algorithme cyclique

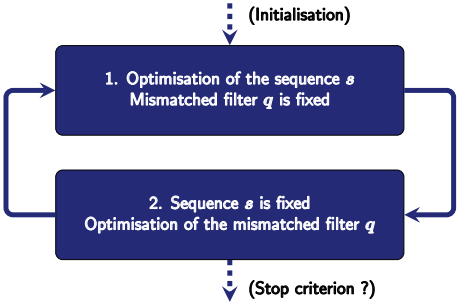
Algorithme cyclique [Stoica and Selen, 2004]

- Séparation des variables
- Quelques résultats de convergence

1. Optimisation de la séquence $\boldsymbol{s}$

$$(P_p)_{mat} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

- Contrainte de module constant sur $\boldsymbol{s}$
- Une question ouverte



Filtrage désadapté

Algorithme cyclique

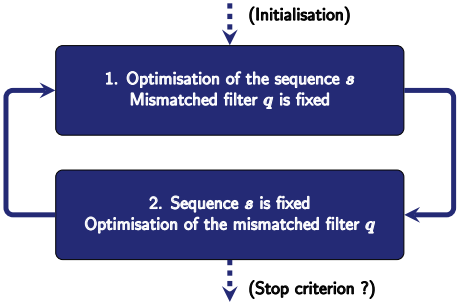
Algorithme cyclique [Stoica and Selen, 2004]

- Séparation des variables
- Quelques résultats de convergence

2 Optimisation du filtre désadapté $\boldsymbol{q}$

$$(P_p)_{mis} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{q}) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{s}, \\ & 10^{\alpha/10} \boldsymbol{s}^H \boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{q}^H \boldsymbol{q}. \end{cases}$$

- Une solution optimale existe



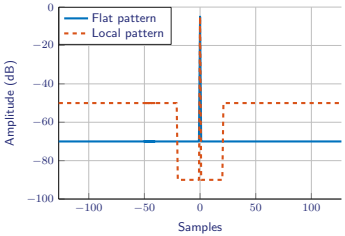
Filtrage désadapté

Optimisation jointe — Gabarits

Optimisation jointe avec un gabarit

[Tan et al., 2018]

- Objectif sur les lobes secondaires et la perte *via* un gabarit g
  - Gabarit plat : minimisation du PSLR



[Tan et al., 2018] Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2018). A Sequence-Filter Joint Optimization. In *26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2018)*, pages 1–5

Filtrage désadapté

Optimisation jointe — Gabarits

Optimisation jointe avec un gabarit

[Tan et al., 2018]

- Objectif sur les lobes secondaires et la perte *via* un gabarit $\boldsymbol{g}$
  - Gabarit plat : minimisation du PSLR
- Une modification de la fonction objectif et des contraintes
  - Ω : sphère unité

$$(P_p)_{joint} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s}, \\ & 10^{\alpha/10}\boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{q}^H\boldsymbol{q}, \\ & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N, \boldsymbol{q} \in \mathbb{C}^K \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$(P_p)_{pat} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}} & \|\boldsymbol{y}/g - \boldsymbol{1}\|_p^2 \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N, \boldsymbol{q} \in \boldsymbol{\Omega}^K \end{cases}$$

[Tan et al., 2018] Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2018). A Sequence-Filter Joint Optimization. In *26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2018)*, pages 1–5

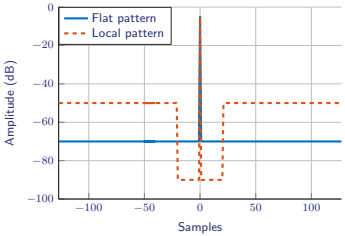
Filtrage désadapté

Optimisation jointe — Gabarits

Optimisation jointe avec un gabarit

[Tan et al., 2018]

- Objectif sur les lobes secondaires et la perte *via* un gabarit g
  - Gabarit plat : minimisation du PSLR
- Une modification de la fonction objectif et des contraintes
- Mise à jour du gabarit après convergence



[Tan et al., 2018] Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2018). A Sequence-Filter Joint Optimization. In *26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2018)*, pages 1–5

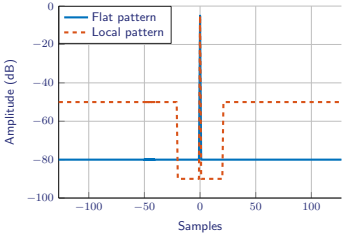
Filtrage désadapté

Optimisation jointe — Gabarits

Optimisation jointe avec un gabarit

[Tan et al., 2018]

- Objectif sur les lobes secondaires et la perte *via* un gabarit g
  - Gabarit plat : minimisation du PSLR
- Une modification de la fonction objectif et des contraintes
- Mise à jour du gabarit après convergence



[Tan et al., 2018] Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2018). A Sequence-Filter Joint Optimization. In *26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2018)*, pages 1–5

Filtrage désadapté

Optimisation jointe — Réinjections

Optimisation jointe avec réinjections

[Tan et al., 2018]

- Exploite l'existence d'un filtre désadapté optimal
  - Une subtile différence avec les algorithmes cycliques
- Optimisation sur la séquence $\boldsymbol{s}$, tout en garantissant un filtre désadapté optimal
- Utilisation de l'ISL

$$(P_p)_{joint} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s}, \\ & 10^{\alpha/10}\boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{q}^H\boldsymbol{q}, \\ & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N, \boldsymbol{q} \in \mathbb{C}^K \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} \min_{\boldsymbol{q}} & f_p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{q} = \boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s}, \\ & 10^{\alpha/10}\boldsymbol{s}^H\boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{q}^H\boldsymbol{q}, \\ & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N, \boldsymbol{q} \in \mathbb{C}^K \end{cases}$$

$$\downarrow$$

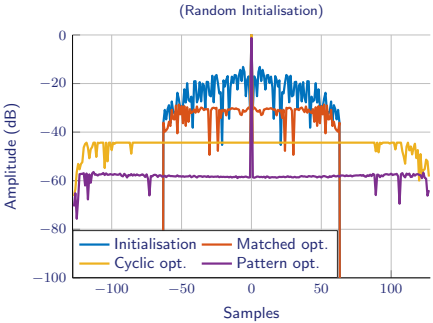
$$(P_p)_{inj} \begin{cases} \min_{\boldsymbol{s}} & f_p(\boldsymbol{s},\boldsymbol{q}_p(\boldsymbol{s})) \\ \text{t.q.} & \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{T}^N \end{cases}$$

Filtrage désadapté

Optimisation jointe : résultats

Optimisation cyclique, optimisation jointe

- Paramètres des simulations :
  - Séquence $\boldsymbol{s}$ de longueur $N = 63$
  - Filtre désadapté $\boldsymbol{q}$ de longueur $K = 3N$
  - Perte autorisée : 1 dB
- Résolution à l'aide d'une descente de gradient
- *Peak-to-Sidelobe Level :*
  - Initialisation: -13.1 dB
  - Opt. filtrage adapté : -28.6 dB
  - Algorithme cyclique : -44.3 dB
  - Opt. jointe gabarit : -56.4 dB

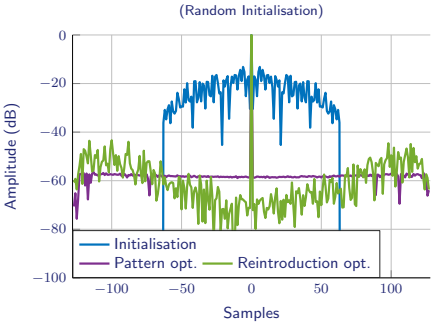


Filtrage désadapté

Optimisation jointe : résultats

Comparaison des méthodes d'optimisation jointe

- Paramètres des simulations :
  - Séquence $\boldsymbol{s}$ de longueur $N = 63$
  - Filtre désadapté $\boldsymbol{q}$ de longueur $K = 3N$
  - Perte autorisée : 1 dB
- Résolution à l'aide d'une descente de gradient
- *Peak-to-Sidelobe Level :*
  - Initialisation: -13.1 dB
  - Opt. filtrage adapté : -28.6 dB
  - Algorithme cyclique : -44.3 dB
  - Opt. jointe gabarit : -56.4 dB
  - Opt. jointe réinjection : -43.3 dB

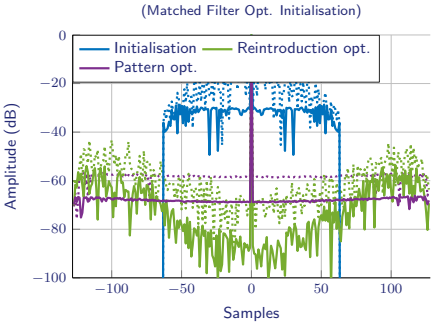


Filtrage désadapté

Optimisation jointe : résultats

Comparaison des méthodes d'optimisation jointe

- Paramètres des simulations :
  - Séquence $\boldsymbol{s}$ de longueur $N = 63$
  - Filtre désadapté $\boldsymbol{q}$ de longueur $K = 3N$
  - Perte autorisée : 1 dB
- Résolution à l'aide d'une descente de gradient
- *Peak-to-Sidelobe Level :*
  - Initialisation: $\cancel{-13.1}-28.6$ dB
  - Opt. jointe gabarit : $\cancel{-56.4}-66.6$ dB
  - Opt. jointe réinjection : $\cancel{-43.3}-53.8$ dB
- Bons niveaux autour du lobe principal



Filtrage désadapté

Extensions

Extensions

- Filtre désadapté optimal pour un ensemble de séquences
- Optimisation jointe d'un ensemble séquences/filtres
- Nouvelle borne sur les lobes secondaires avec filtrage désadapté [Tan et al., 2019a]

$$\theta^2_{\max} \geq \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} |\theta^{m,m}_{N_k}|^2 \right) \left[1 - \frac{MK}{MK-1} \frac{l_{N_s,N_q,K} - \frac{\left| \sum_{m=1}^{M} \theta^{m,m}_{N_k} \right|^2}{M \sum_{m=1}^{M} |\theta^{m,m}_{N_k}|^2}}{l_{N_s,N_q,K}} \right]$$

- $\theta^{m,m}_{N_k}$: m-ième lobe principal

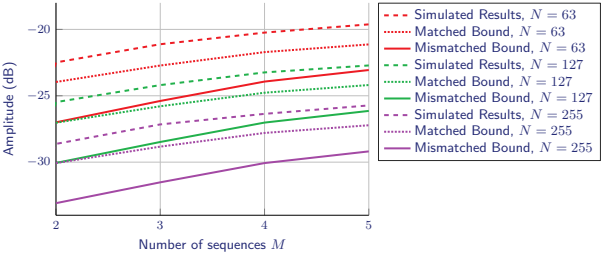
[Tan et al., 2019a] Tan, U., Arlery, F., Rabaste, O., Lehmann, F., and Ovarlez, J.-P. (2019a). A New Lower Bound on the Maximum Correlation of a Set with Mismatched Filters. *IEEE Transactions on Information Theory*. (submitted)

Filtrage désadapté

Extensions

Extensions

- Filtre désadapté optimal pour un ensemble de séquences
- Optimisation jointe d'un ensemble séquences/filtres
- Nouvelle borne sur les lobes secondaires avec filtrage désadapté [Tan et al., 2019a]



[Tan et al., 2019a] Tan, U., Arlery, F., Rabaste, O., Lehmann, F., and Ovarlez, J.-P. (2019a). A New Lower Bound on the Maximum Correlation of a Set with Mismatched Filters. *IEEE Transactions on Information Theory*. (submitted)

Plan de la présentation

Méthodologies de conception de formes d'onde pour radars MIMO

1 Introduction

2 Orthogonalité et optimisation

3 Filtrage désadapté

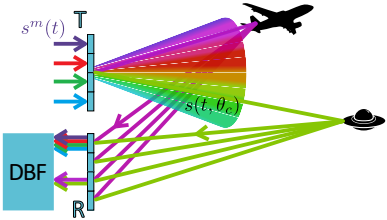
4 Application : le radar MIMO cohérent
- Une fusion des problèmes d'optimisation
- Résultats applicatifs

5 Conclusion

Application : le radar MIMO cohérent

Précédemment... MIMO, filtrage adapté

Le radar MIMO cohérent : la directivité à l'émission



- Signal émis dans la direction élévation θ_c :

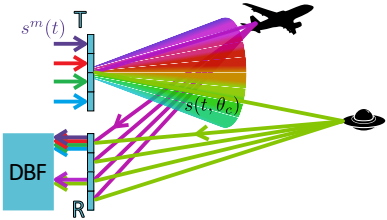
$$s(t,\theta_c) = \sum_{m=1}^{N_T} \mathrm{e}^{j\boldsymbol{x}_{T,m}^T \boldsymbol{k}(\theta_c)} s^m(t)$$

- $\boldsymbol{x}_{T,m}$: position de la m-ème antenne d'émission

Application : le radar MIMO cohérent

Précédemment... MIMO, filtrage adapté

Le radar MIMO cohérent : la directivité à l'émission



- Signal reçu par la n-ème antenne :

$$s_r^n(t, \tau_c, \theta_c) := \mathrm{e}^{j\boldsymbol{x}_{R,n}^T \boldsymbol{k}(\theta_c)} s(t - \tau_c, \theta_c)$$

- $\boldsymbol{x}_{R,n}$: position de la n-ème antenne de réception

Application : le radar MIMO cohérent

Précédemment... MIMO, filtrage adapté

Filtrage adapté

$$\chi(\tau,\theta,\theta_c) = \left(\sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\theta_c)-\boldsymbol{k}(\theta))\right)}\right)\left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(t,\theta_c)\, s^*(t-\tau,\theta)\,\mathrm{d}t\right)$$

- Signal reçu
- Filtre adapté dans la direction θ
- τ : retard
- θ_c : élévation de la cible

Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation : lobes secondaires, filtrage adapté

$$h_p(S) := \left(\sum_{\theta,\theta_c \in \Theta^f} \overbrace{\left| \sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\theta)-\boldsymbol{k}(\theta_c))\right)} \right|^p}^{\text{pondération réception}} \underbrace{\left(f_p(\boldsymbol{s}(\theta), \boldsymbol{s}(\theta_c))\right)^p}_{\text{lobes secondaires}} \right)^{1/p}$$

- $S := \left\{\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^{N_T} \in \boldsymbol{T}^N\right\}$: séquences élémentaires, opérandes
- Θ^f : "directions d'intérêt"
- f_p : mesure des lobes secondaires de corrélation

Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation : lobes secondaires, filtrage adapté

$$h_p(S) := \left(\sum_{\theta,\theta_c \in \Theta^f} \overbrace{\left| \sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\theta)-\boldsymbol{k}(\theta_c))\right)} \right|^p}^{\text{pondération réception}} \underbrace{\left(f_p(\boldsymbol{s}(\theta), \boldsymbol{s}(\theta_c))\right)^p}_{\text{lobes secondaires}} \right)^{1/p}$$

- $S := \left\{\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^{N_T} \in \boldsymbol{T}^N\right\}$: séquences élémentaires, opérandes
- Θ^f : "directions d'intérêt"
- f_p : mesure des lobes secondaires de corrélation

Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation : lobes secondaires, filtrage adapté

$$h_p(S) := \left(\sum_{\theta,\theta_c \in \Theta^f} \overbrace{\left| \sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\theta)-\boldsymbol{k}(\theta_c))\right)} \right|^p}^{\text{pondération réception}} \underbrace{\left(f_p(\boldsymbol{s}(\theta), \boldsymbol{s}(\theta_c))\right)^p}_{\text{lobes secondaires}} \right)^{1/p}$$

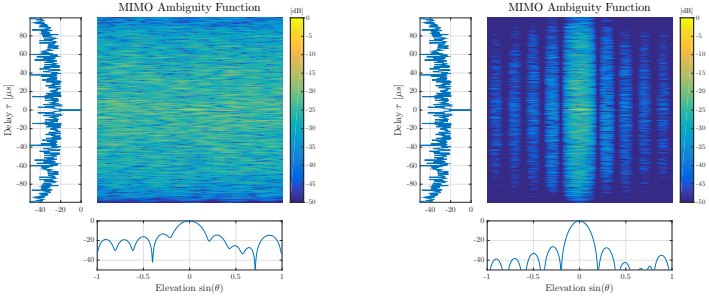
- $S := \left\{\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^{N_T} \in \boldsymbol{T}^N\right\}$: séquences élémentaires, opérandes
- Θ^f : "directions d'intérêt"
- f_p : mesure des lobes secondaires de corrélation

Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation : lobes secondaires, filtrage adapté

- Illustration de la FFC réception



Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation : lobes secondaires, filtrage adapté

$$h_p(S) := \left(\sum_{\theta,\theta_c \in \Theta^f} \overbrace{\left| \sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\theta)-\boldsymbol{k}(\theta_c))\right)} \right|^p}^{\text{pondération réception}} \underbrace{\left(f_p(\boldsymbol{s}(\theta), \boldsymbol{s}(\theta_c))\right)^p}_{\text{lobes secondaires}} \right)^{1/p}$$

- $S := \left\{\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^{N_T} \in \boldsymbol{T}^N\right\}$: séquences élémentaires, opérandes
- Θ^f : "directions d'intérêt"
- f_p : mesure des lobes secondaires de corrélation

Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation : lobes secondaires, filtrage désadapté

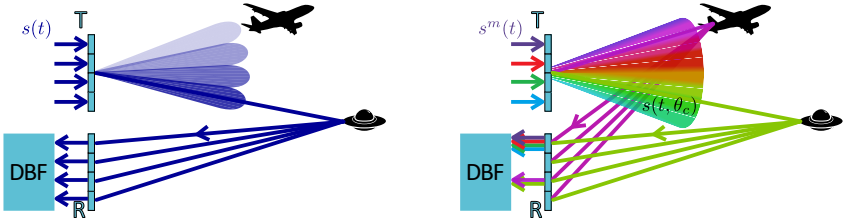
$$h_p\big(S, Q(\Theta_f)\big) := \left(\sum_{\theta,\theta_c \in \Theta^f} \overbrace{\left| \sum_{n=1}^{N_R} \mathrm{e}^{j\left(\boldsymbol{x}_{R,n}^T(\boldsymbol{k}(\theta)-\boldsymbol{k}(\theta_c))\right)} \right|^p}^{\text{pondération réception}} \underbrace{\Big(f_p\big(\boldsymbol{s}(\theta), \boldsymbol{q}(\theta_c)\big)\Big)^p}_{\text{lobes secondaires}} \right)^{1/p}$$

- $S := \left\{\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^{N_T} \in \boldsymbol{T}^N\right\}$: séquences élémentaires, opérandes
- Θ^f : "directions d'intérêt"
- f_p : mesure des lobes secondaires de corrélation
- $Q(\Theta_f) := \left\{\boldsymbol{q}^1, \ldots, \boldsymbol{q}^{|\Theta^f|} \in \mathbb{C}^K\right\}$: filtres désadaptés associés à une direction d'intérêt

Application : le radar MIMO cohérent

Précédemment... MIMO, diagramme de rayonnement

Le radar MIMO cohérent : le diagramme d'émission

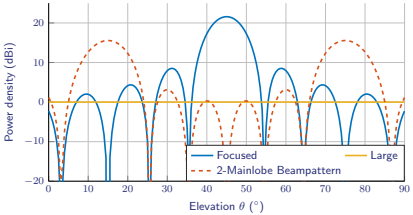


- Une émission focalisée, ou une émission large ?

Application : le radar MIMO cohérent

Précédemment... MIMO, diagramme de rayonnement

Le radar MIMO cohérent : le diagramme d'émission



- Une émission focalisée, ou une émission large ? [Lipor et al., 2014]
- Puissance normalisée :

$$P(\theta_c) = (1/4\pi)\boldsymbol{a}_t^H(\theta_c)\boldsymbol{R}(0)\boldsymbol{a}_t(\theta_c).$$

  - $\boldsymbol{a}_t(\theta)$: vecteur de phase
  - $\boldsymbol{R}(0)$: matrice de "corrélation" des séquences élémentaires

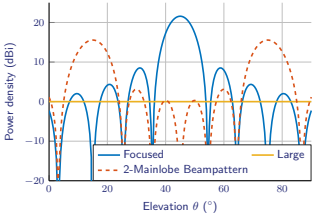
Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation : le diagramme d'émission

$$g_p\left(\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^{N_T}\right) := \frac{1}{|\Theta^g|}\left(\sum_{i=1}^{|\Theta^g|}\left|b(\theta_i^g) - P(\theta_i^g)\right|^p\right)^{1/p}$$

- Sous la forme d'une pénalisation
- $S := \left\{\boldsymbol{s}^1, \ldots, \boldsymbol{s}^{N_T} \in \boldsymbol{T}^N\right\}$: séquences élémentaires, opérandes
- Θ^g : discrétisation de la visée du radar
- $\boldsymbol{b}$: gabarit objectif



Application : le radar MIMO cohérent

Une fusion des problèmes d'optimisation

Proposition d'un problème d'optimisation [Tan et al., 2019b]

$$
\begin{cases}
\min_{(S,Q(\Theta_f))} & \overbrace{h_p\big(S, Q(\Theta_f)\big)}^{\text{lobes secondaires}} + \overbrace{\mu\, g_p\big(S\big)}^{\text{diagramme antenne}} \\
\text{t.q.} & s^m \in \boldsymbol{T}^N, \qquad \forall m \in [\![1, N_T]\!] \ \text{(mod. const.)} \\
& \boldsymbol{q}(\theta_n^f) \in \mathbb{C}^K, \qquad \forall n \in [\![1, |\Theta_f|]\!] \\
& 10^{\alpha/10} \boldsymbol{s}^H(\theta_n^f)\boldsymbol{s}(\theta_n^f) \geq \boldsymbol{q}^H(\theta_n^f)\boldsymbol{q}(\theta_n^f), \quad \forall n \in [\![1, |\Theta_f|]\!] \ \text{(perte)} \\
& \boldsymbol{s}^H(\theta_n^f)\boldsymbol{q}(\theta_n^f) = \boldsymbol{s}^H(\theta_n^f)\boldsymbol{s}(\theta_n^f), \quad \forall n \in [\![1, |\Theta_f|]\!] \ \text{(sol. triviale)}
\end{cases}
$$

- S : séquences élémentaires
- $Q(\Theta_f)$: filtres désadaptés directionnels
- h_p : lobes secondaires
- g_p : diagramme d'antenne (pénalisation)

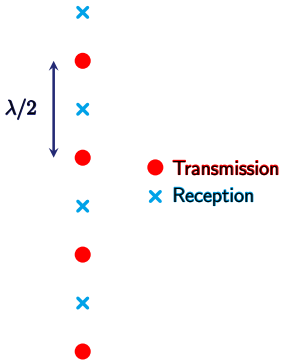
[Tan et al., 2019b] Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2019b). Designing Phase Codes for Coherent MIMO Radar. *IET Radar, Sonar and Navigation*. (to be submitted)

Application : le radar MIMO cohérent

Résultats applicatifs

Paramètres des simulations

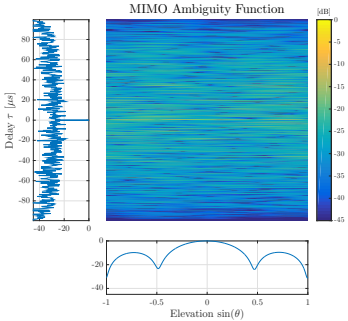
- Antenne linéaire sur l'axe élévation en $\lambda/2$
- $N_T = 4$ émetteurs, $N_R = 4$ récepteurs
- Séquences élémentaires de longueur $N = 255$
- Filtres désadaptés de longueur $K = 3N$
- Perte autorisée : 1 dB.
- Direction d'intérêt présentée : $\theta = 0°$
- *Beampattern* objectif plat

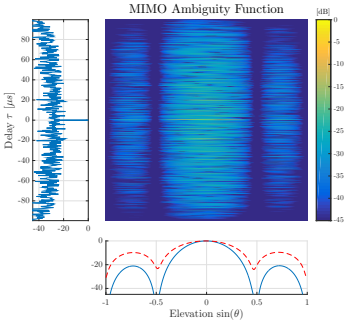


Application : le radar MIMO cohérent

Résultats applicatifs

- À gauche : sans traitement réception, -18.5 dB
  À droite : avec traitement réception, -18.5 dB

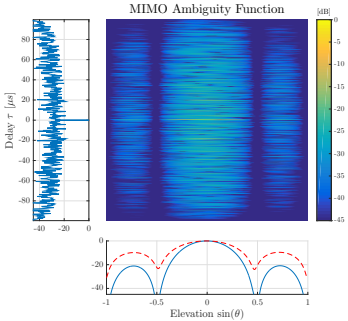


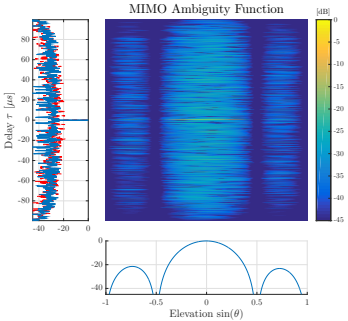


Application : le radar MIMO cohérent

Résultats applicatifs

- À gauche : initialisation aléatoire, -18.5 dB
  À droite : séquences pseudo-orthogonales, -20 dB

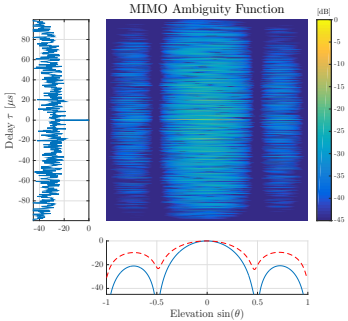


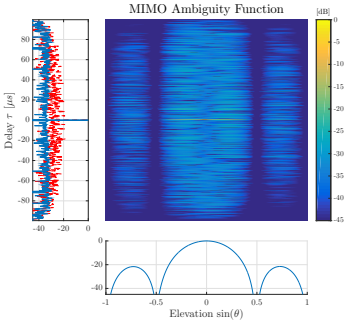


Application : le radar MIMO cohérent

Résultats applicatifs

- À gauche : initialisation aléatoire, -18.5 dB
  À droite : optimisation proposée, -29 dB

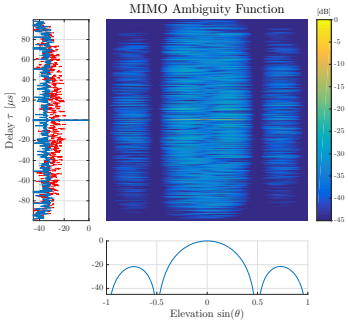


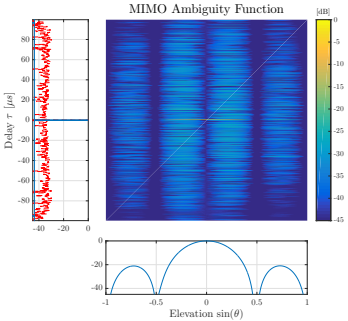


Application : le radar MIMO cohérent

Résultats applicatifs

- À gauche : filtrage adapté, -29 dB
  À droite : filtrage désadapté, -43.8 dB

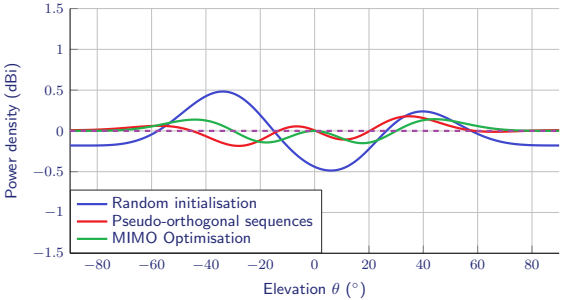




Application : le radar MIMO cohérent

Résultats applicatifs

- Diagramme d'antenne



Plan de la présentation

Méthodologies de conception de formes d'onde pour radars MIMO

1 Introduction

2 Orthogonalité et optimisation

3 Filtrage désadapté

4 Application : le radar MIMO cohérent

5 Conclusion

Conclusion

Conclusion : le début de la fin

Une approche incrémentale

- Définition d'un problème d'optimisation mono-séquence élémentaire
- Ajout de contraintes possible
- Filtrage désadapté (optimisation jointe séquence–filtre)
- Extension proposée dans le cadre MIMO cohérent

Étude sur les bornes :

- Qualification des lobes secondaires d'un ensemble
- Proposition d'une nouvelle borne dans le cas désadapté

Perspectives

Conclusion : la fin du début ?

Ajout de contraintes

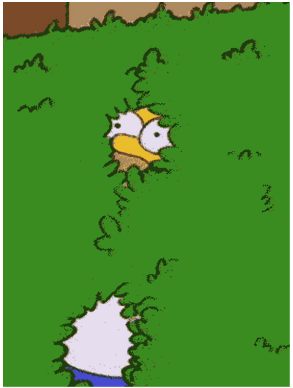
- Sur le spectre, le PAPR...
- Prise en compte de la composante Doppler
- Prise en compte de la composante azimut φ

Aspects pratiques

- Prise en compte de la chaîne émission-réception
- Ajout de défauts matériels (calibration...)

Aspects théoriques

- Recherche du minimum global du problème élémentaire
- Bornes sur les performances du MIMO cohérent



Publications

Conclusion : publications

Revues internationales

- Arlery, F., Tan, U., and Rabaste, O. (2019). Generalization and Improvement of the Levenshtein Lower Bound for Aperiodic Correlation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 65(2):1258–1266

- Tan, U., Arlery, F., Rabaste, O., Lehmann, F., and Ovarlez, J.-P. (2019a). A New Lower Bound on the Maximum Correlation of a Set with Mismatched Filters. *IEEE Transactions on Information Theory*. (submitted)

- Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2019b). Designing Phase Codes for Coherent MIMO Radar. *IET Radar, Sonar and Navigation*. (to be submitted)

Publications

Conclusion : publications

Conférences internationales

- Tan, U., Adnet, C., Rabaste, O., Arlery, F., Ovarlez, J.-P., and Guyvarch, J.-P. (2016b). Phase Code Optimization for Coherent MIMO Radar Via a Gradient Descent. In *2016 IEEE Radar Conference (RadarConf)*, pages 1–6

- Arlery, F., Kassab, R., Tan, U., and Lehmann, F. (2016a). Efficient Gradient Method for Locally Optimizing the Periodic/Aperiodic Ambiguity Function. In *2016 IEEE Radar Conference (RadarConf)*, pages 1–6

- Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., Arlery, F., and Ovarlez, J.-P. (2016c). Optimization Methods for Solving the Low Autocorrelation Sidelobes Problem. In *2016 17th International Radar Symposium (IRS)*, pages 1–5

Publications

Conclusion : publications

Conférences internationales

- Arlery, F., Kassab, R., Tan, U., and Lehmann, F. (2016b). Efficient Optimization of the Ambiguity Functions of Multi-Static Radar Waveforms. In *2016 17th International Radar Symposium (IRS)*, pages 1–6
- Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2017a). A Joint Optimization for Coherent MIMO Radar. In *International Conference on Radar Systems (Radar 2017)*, pages 1–6
- Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2018). A Sequence-Filter Joint Optimization. In *26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2018)*, pages 1–5
- Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2019c). On the Eclipsing Phenomenon with Phase Codes. In *2019 International Radar Conference (Radar 2019)*. (accepted)

Publications

Conclusion : publications

Autres communications

- Tan, U., Adnet, C., Rabaste, O., Arlery, F., Ovarlez, J.-P., and Guyvarch, J.-P. (2016a). Coherent MIMO Waveform Design with a Gradient Descent. In *SONDRA 4th Workshop*
- Tan, U., Rabaste, O., Adnet, C., and Ovarlez, J.-P. (2017b). Optimisation jointe d'une séquence et d'un filtre désadapté. In *GRETSI 2017*

That's all Folks!

Bibliographie

Bibliographie sélective

- Arlery, F., Kassab, R., Tan, U., and Lehmann, F. (2016a). Efficient Gradient Method for Locally Optimizing the Periodic/Aperiodic Ambiguity Function. In *2016 IEEE Radar Conference (RadarConf)*, pages 1–6

- Baden, J. M., Davis, M. S., and Schmieder, L. (2015). Efficient Energy Gradient Calculations for Binary and Polyphase Sequences. In *Radar Conference (RadarCon), 2015 IEEE*, pages 0304–0309

- Fuhrmann, D. R., Browning, J. P., and Rangaswamy, M. (2009). Ambiguity Function Analysis for the Hybrid MIMO Phased-array Radar. In *2009 IEEE Radar Conference*, pages 1–6

- Glover, F. and Kochenberger, G. (2003). *Handbook of Metaheuristics*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer US

Bibliographie

Bibliographie sélective

- Hansen, N. (2016). The CMA Evolution Strategy: A Tutorial. *CoRR*, abs/1604.00772
- Korte, B. and Vygen, J. (2006). *Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms*. Algorithms and Combinatorics. Springer
- Levenshtein, V. (1998). New Lower Bounds on Aperiodic Crosscorrelation of Binary Codes. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*, page 471
- Li, J. and Stoica, P. (2007). MIMO Radar with Colocated Antennas. *IEEE Signal Processing Magazine*, 24(5):106–114
- Lipor, J., Ahmed, S., and Alouini, M. S. (2014). Fourier-Based Transmit Beampattern Design Using MIMO Radar. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(9):2226–2235

Bibliographie

Bibliographie sélective

- McAulay et al., R. (1971). Optimal Mismatched Filter Design for Radar Ranging, Detection, and Resolution. *IEEE Transactions on Information Theory*, 17(6):696–701
- North, D. O. (1963). An Analysis of the Factors which Determine Signal/Noise Discrimination in Pulsed-Carrier Systems. *Proceedings of the IEEE*, 51(7):1016–1027
- Rabaste, O., Savy, L., Cattenoz, M., and Guyvarch, J. P. (2013). Signal Waveforms and Range/Angle Coupling in Coherent Colocated MIMO Radar. In *Radar (Radar), 2013 International Conference on*, pages 157–162
- Rabaste, O. and Savy, L. (2015). Mismatched Filter Optimization for Radar Applications Using Quadratically Constrained Quadratic Programs. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 51(4):3107–3122

Bibliographie

Bibliographie sélective

- San Antonio, G., Fuhrmann, D. R., and Robey, F. C. (2007). MIMO Radar Ambiguity Functions. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 1(1):167–177
- Stoica, P. and Selen, Y. (2004). Cyclic Minimizers, Majorization Techniques, and the Expectation-Maximization Algorithm: a Refresher. *IEEE Signal Processing Magazine*, 21(1):112–114
- Welch, L. (1974). Lower Bounds on the Maximum Cross-Correlation of signals (Corresp.). *IEEE Transactions of Information Theory*, 20(3):397–399
- Xu, L., Liu, H., Yin, K., Zang, H., Zhou, S., and Wang, H. (2015). Joint Design of Phase Coded Waveform and Mismatched Filter. In *2015 IEEE Radar Conference*, pages 32–36

Annexes

Matrice de corrélation

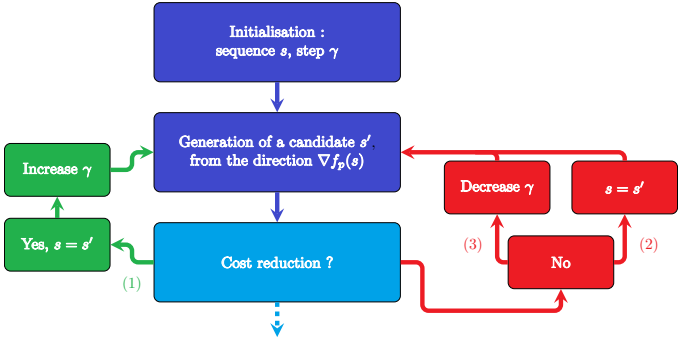
- Séquence polyphase $\boldsymbol{s} := [s_1, \ldots, s_N]^T$
- Séquence de corrélation $\mathrm{AACF}(\boldsymbol{s}) := \boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s})\boldsymbol{s}^*$
- Matrice de corrélation $\boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s})$:

$$\boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s}) = \begin{bmatrix} s_N & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ s_1 & \cdots & \cdots & s_N \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & s_1 \end{bmatrix}$$

Annexes

Optimisation de la corrélation

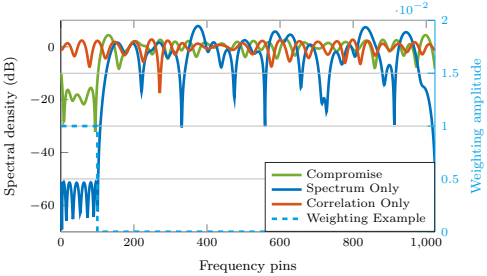
- Marche aléatoire basée sur le gradient

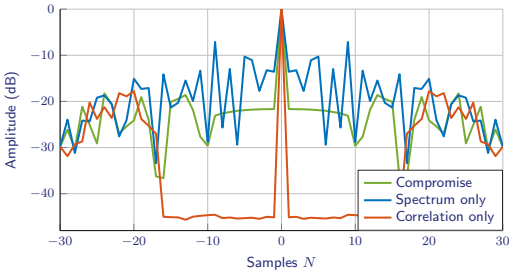


Annexes

Optimisation du spectre

- Suppression d'une bande spectrale
  - A gauche : puissance spectrale
  - A droite : séquence de corrélation

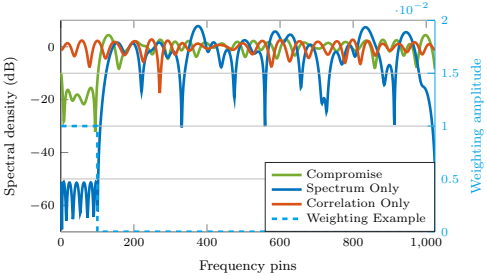


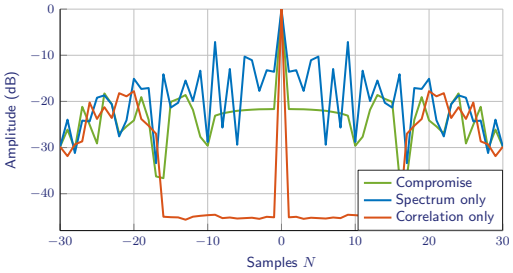


Annexes

Optimisation du spectre

- Suppression d'une bande spectrale
  - A gauche : puissance spectrale
  - A droite : séquence de corrélation





Annexes

Optimisation du Doppler

- Séquence polyphase initiale :

$$\boldsymbol{s}^0 := \left[s_1^0, \ldots, s_N^0\right]^T$$

- Séquence avec un Doppler $k\nu$:

$$\boldsymbol{s}^k := \left[s_1 \mathrm{e}^{j2\pi(k\nu)(1-1)T_e}, \ldots, s_N \mathrm{e}^{j2\pi(k\nu)(N-1)T_e}\right]^T$$

  - T_e : temps d'échantillonnage

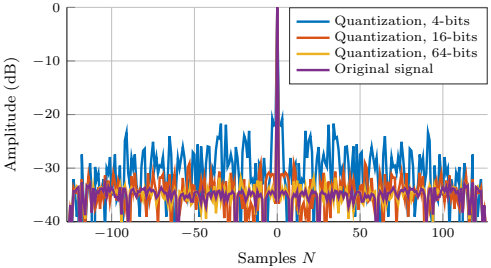
- Optimisation de la corrélation de l'ensemble :

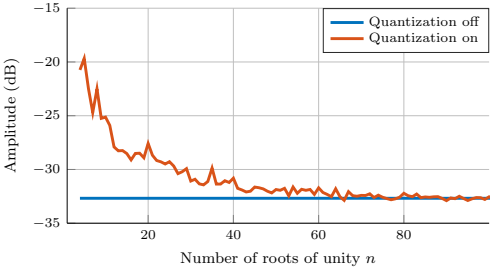
$$S = \left\{\boldsymbol{s}^0, \ldots, \boldsymbol{s}^M\right\}$$

Annexes

Une optimisation discrète ?

- Effets de la quantification
  - A gauche : quantification d'un signal
  - A droite : PSLR selon le niveau de quantification





Annexes

Une optimisation discrète ?

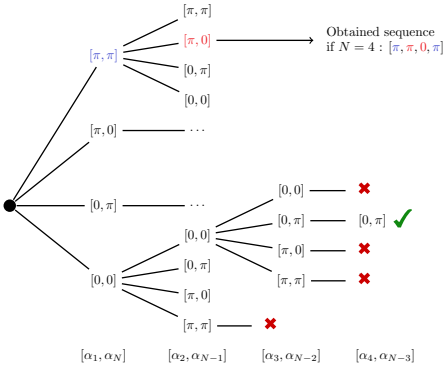
- Séquence polyphase $\boldsymbol{s} := [s_1, \ldots, s_N]^T$
- Séquence de corrélation $\mathrm{AACF}(\boldsymbol{s}) := \boldsymbol{\Lambda}_N(\boldsymbol{s})\boldsymbol{s}^*$
- Séquences multiphases sous la forme d'un arbre

$$\Lambda_N(\boldsymbol{s})\boldsymbol{s}^* = \begin{bmatrix} s_N s_1^* \\ s_{N-1} s_1^* + s_N s_2^* \\ \vdots \\ s_1 s_{N-1}^* + s_2 s_N^* \\ s_1 s_N^* \end{bmatrix}$$

Annexes

Une optimisation discrète ?

- Séquences multiphases sous la forme d'un arbre



Annexes

Expression de la borne "adaptée"

- Borne de Levenshtein généralisée :

$$\theta_{\max}^2 \geq \frac{1}{N^2}\left[N - \frac{Q_{2N-1}\left(\boldsymbol{w}, \frac{N(N-1)}{M}\right)}{1 - \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{2N-1} w_k^2}\right]$$

- $\boldsymbol{w}$: un vecteur de pondération
- $Q_{2N-1}(\boldsymbol{w}, a) = a\sum_{k=1}^{2N-1} w_k^2 + \sum_{s,t=1}^{2N-1} l_{s,t,N} w_s w_t$
- $l_{s,t,N} = \min(|s-t|, 2N-1-|s-t|)$

Annexes

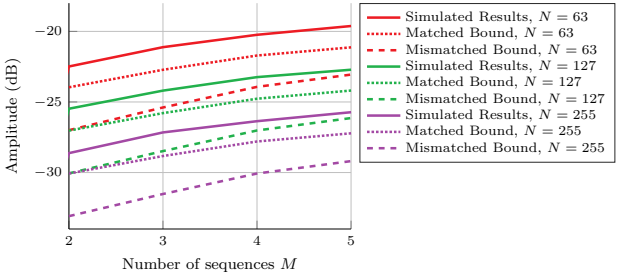
Expression de la borne "désadaptée"

- Borne "désadaptée" (pondération constante) :

$$\theta_{\max}^2 \geq \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} |\theta_{N_k}^{m,m}|^2 \right) \left[1 - \frac{MK}{MK-1} \frac{l_{N_s,N_q,K} - \frac{\left| \sum_{m=1}^{M} \theta_{N_k}^{m,m} \right|^2}{M \sum_{m=1}^{M} |\theta_{N_k}^{m,m}|^2}}{l_{N_s,N_q,K}} \right].$$

- M : nombre de séquences de l'ensemble
- N_s, N_q : longueurs des séquences et des filtres désadaptés
- K : nombre de retards considérés
- $\theta_{N_k}^{m,m}$: m-ième lobe principal
- $l_{N_s,N_q,K} = \min(N_s + N_q - 1, N_s + K - 1, MK)$

Annexes

Expression de la borne “désadaptée”

- Borne “désadaptée” (pondération constante) :